

### Тема: аналитическая геометрия на плоскости

ЗАДАНИЕ. Уравнение одной из сторон квадрата  $x + 3y - 5 = 0$ . Составить уравнения трех остальных сторон квадрата, если  $(-1, 0)$  – точки пересечения его диагоналей.

РЕШЕНИЕ.

Пусть сторона  $AB$  квадрата  $ABCD$  лежит на прямой  $x + 3y - 5 = 0$ . Тогда сторона  $CD$  лежит на прямой  $x + 3y - m = 0$  ( $m$  - некоторое число), так как стороны параллельны. Две другие стороны  $AC$  и  $BD$  будут лежать на прямых вида  $3x - y + n_1 = 0$  и  $3x - y + n_2 = 0$ , которые перпендикулярны прямой  $x + 3y - 5 = 0$  и  $x + 3y - m = 0$ .

Так как  $ABCD$  - квадрат, расстояние от точки пересечения диагоналей  $A(-1, 0)$  до всех его сторон, одинаково. Найдем его:

$$d = \frac{|-1 + 3 \cdot 0 - 5|}{\sqrt{1+9}} = \frac{6}{\sqrt{10}}.$$

Теперь найдем неизвестные  $m, n_1, n_2$ , учитывая равенство расстояний от  $A$  до прямых:

$$d = \frac{|-1 + 3 \cdot 0 - m|}{\sqrt{1+9}} = \frac{|-1 - m|}{\sqrt{10}} = \frac{6}{\sqrt{10}}, \text{ откуда } |-m - 1| = 6, \text{ значит, } m = 5 \text{ (прямая } AB) \text{ или}$$

$m = -7$ , то есть уравнение прямой  $CD$  имеет вид  $x + 3y + 7 = 0$ .

$$d = \frac{|-1 \cdot 3 + -1 \cdot 0 + n|}{\sqrt{1+9}} = \frac{|n - 3|}{\sqrt{10}} = \frac{6}{\sqrt{10}}, \text{ откуда } |n - 3| = 6, \text{ значит, } n_1 = 9 \text{ и } n_2 = -3, \text{ стороны}$$

$AC$  и  $BD$  будут лежать на прямых  $3x - y + 9 = 0$  и  $3x - y - 3 = 0$ .

Искомые стороны:  $x + 3y + 7 = 0$ ,  $3x - y + 9 = 0$  и  $3x - y - 3 = 0$ .