

### Пример решения задачи Резольвента для интегрального уравнения

ЗАДАНИЕ.

Найти резольвенту для интегрального уравнения Вольтерры со следующим

ядром  $K(x, t) = x^{\frac{1}{3}} t^{\frac{2}{3}}$ .

РЕШЕНИЕ.

Из рекуррентных соотношений

$$K_j(x, t) = \int_t^x K(x, s) K_{j-1}(s, t) ds, \quad j = 2, 3, \dots,$$

получим:

$$K_1(x, t) = x^{\frac{1}{3}} t^{\frac{2}{3}},$$

$$K_2(x, t) = \int_t^x K(x, s) K_1(s, t) ds = \int_t^x x^{\frac{1}{3}} s^{\frac{2}{3}} s^{\frac{1}{3}} t^{\frac{2}{3}} ds = \int_t^x x^{\frac{1}{3}} t^{\frac{2}{3}} s ds = x^{\frac{1}{3}} t^{\frac{2}{3}} \int_t^x s ds = x^{\frac{1}{3}} t^{\frac{2}{3}} \frac{x^2 - t^2}{2},$$

$$K_3(x, t) = \int_t^x K(x, s) K_2(s, t) ds = \int_t^x x^{\frac{1}{3}} s^{\frac{2}{3}} s^{\frac{1}{3}} t^{\frac{2}{3}} \frac{s^2 - t^2}{2} ds = \int_t^x x^{\frac{1}{3}} t^{\frac{2}{3}} \frac{s^2 - t^2}{2} s ds = \\ = x^{\frac{1}{3}} t^{\frac{2}{3}} \int_t^x \frac{s^2 - t^2}{2} s ds = \frac{x^{\frac{1}{3}} t^{\frac{2}{3}}}{2} \left( \frac{x^2 - t^2}{2} \right)^2.$$

Таким образом,

$$K_j(x, t) = \frac{x^{\frac{1}{3}} t^{\frac{2}{3}}}{(j-1)!} \left( \frac{x^2 - t^2}{2} \right)^{j-1}.$$

Подставляя это выражение для итерированных ядер в формулу

$$\sum_{j=1}^{\infty} \lambda^{j-1} K_j(x, t),$$

найдем резольвенту:

Решение задачи по интегральным уравнениям скачано с

[https://www.matburo.ru/ex\\_ma.php?p1=maintur](https://www.matburo.ru/ex_ma.php?p1=maintur)

(больше примеров по ссылке)

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, программированию

$$R(x, t, \lambda) = x^{\frac{1}{3}} t^{\frac{2}{3}} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\lambda^{j-1}}{(j-1)!} \left( \frac{x^2 - t^2}{2} \right)^{j-1} = x^{\frac{1}{3}} t^{\frac{2}{3}} e^{\lambda \frac{x^2 - t^2}{2}}.$$