

### Пример решения задачи Разностные уравнения

ЗАДАНИЕ.

Найти общее решение линейного разностного неоднородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

$$y(i+2) - 4y(i+1) - 12y(i) = 6 \cdot 6^i.$$

РЕШЕНИЕ.

Составляем характеристическое уравнение для однородного уравнения

$$y(i+2) - 4y(i+1) - 12y(i) = 0,$$

$$k^2 - 4k - 12 = 0.$$

Решаем это уравнение:

$$D = (-4)^2 - 4(-12) = 16 + 48 = 64,$$

$$k_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{4 \pm 8}{2} = 6; -2.$$

Тогда общее решение однородного уравнения можно записать в следующем виде:

$$Y(i) = C_1 \cdot 6^i + C_2 \cdot (-2)^i.$$

Найдем также частное решение неоднородного уравнения методом неопределенных коэффициентов. Будем искать его в виде:  $\bar{y}(i) = A \cdot 6^i \cdot i$ .

Подставляем:

$$A \cdot 6^{i+2} \cdot (i+2) - 4A \cdot 6^{i+1} \cdot (i+1) - 12A \cdot 6^i \cdot i = 6 \cdot 6^i,$$

$$A \cdot 6^2 \cdot (i+2) - 4A \cdot 6^1 \cdot (i+1) - 12A \cdot i = 6,$$

$$36Ai + 72A - 24Ai - 24A - 12A \cdot i = 6,$$

$$72A - 24A = 6,$$

$$48A = 6,$$

$$A = 1/8.$$

Решение задачи по разностным уравнениям скачано с  
[https://www.matburo.ru/ex\\_ma.php?p1=marazn](https://www.matburo.ru/ex_ma.php?p1=marazn)

(больше примеров по ссылке)

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, программированию

То есть,  $\bar{y}(i) = \frac{1}{8} \cdot 6^i \cdot i$ .

Тогда общее решение неоднородного разностного уравнения имеет вид:

$$y(i) = Y(i) + \bar{y}(i) = C_1 \cdot 6^i + C_2 \cdot (-2)^i + \frac{1}{8} \cdot 6^i \cdot i.$$