

Данная работа выполнена на сайте [www.matburo.ru](http://www.matburo.ru)  
Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу  
[https://www.matburo.ru/ex\\_mat\\_pr.php?p1=mathcad](https://www.matburo.ru/ex_mat_pr.php?p1=mathcad)  
©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

## Вычисление интеграла с помощью Mathcad

ЗАДАНИЕ.

Вычислить по формуле Симпсона определенного интеграла от функции:

$$f(x) = \sqrt{(1+x)(x^2-1)}$$

$$a = 2$$

$$b = 32$$

с шагом  $h_1 = \frac{b-a}{10}$  и с шагом  $h_2 = \frac{b-a}{20}$ . Оценить абсолютную погрешность по правилу

Рунге. Ответ дать с учетом поправки Рунге.

С помощью системы Mathcad определить число шагов, необходимое для достижения точности вычислений  $10^{-5}$ .

РЕШЕНИЕ.

Задача 32  $f(x) := \sqrt{(1+x) \cdot (x^2 - 1)}$

$a := 2$        $ORIGIN := 0$

$b := 32$

Точное значение интеграла

$$\int_a^b f(x) dx = 2368.65$$

$n := 10$        $h := \frac{b-a}{n} = 3$        $i := 0..n$        $x_i := a + h \cdot i$

$$I_{\text{симп}}_{10} := \frac{h}{3} \cdot \left[ f(x_0) + \sum_{j=1}^{n-1} (\text{if}(\text{mod}(j,2) = 0,2,4) \cdot f(x_j)) + f(x_n) \right]$$

$I_{\text{симп}}_{10} = 2368.6496$

$n := 20$        $h := \frac{b-a}{n} = 1.5$        $i := 0..n$        $x_i := a + h \cdot i$

$$I_{\text{симп}}_{20} := \frac{h}{3} \cdot \left[ f(x_0) + \sum_{j=1}^{n-1} (\text{if}(\text{mod}(j,2) = 0,2,4) \cdot f(x_j)) + f(x_n) \right]$$

$I_{\text{симп}}_{20} = 2368.64707$

Абсолютная погрешность по Рунге

$|I_{\text{симп}}_{20} - I_{\text{симп}}_{10}| = 0.002526$

Число шагов, необходимое для достижения точности

$\epsilon := 10^{-5} = 0.00001$

$j := 0..5$

$x_j := a + j \cdot b$        $f1(x) := \frac{d}{dx} f(x)$        $f1(x_j) =$

$n := \frac{b-a}{\sqrt{\frac{\epsilon \cdot 24}{f1(b) \cdot (b-a)}}} = 30980.09$

2.5
8.79
12.22
14.87
17.12
19.11

Значение интеграла = 2368,64, необходимое число шагов = 30980.