Исследование устойчивости систем автоматического регулирования выделением области устойчивости по одному параметру (с помощью Matlab)

ЗАДАНИЕ.

Дано: *характеристическое уравнение системы.*
Задание: *определить область устойчивости по заданному параметру.*

Вариант 7.
$(T_1s+1)[(T_2s+1)T_3s+1] +K=0$
$T_2=0.1c$; $T_3=1.0c$; $K=15$; по параметру T_1

РЕШЕНИЕ.

1. Решим исследуемое уравнение относительно заданного параметра T_1.

$$D(s)=(T_1s+1)\cdot[(T_2s+1)T_3s+1]+K=0,$$

$$T_1(s)=-\frac{(T_2s+1)T_3s+1+K}{s[(T_2s+1)T_3s+1]}=-\frac{T_2T_3s^2+T_3s+K+1}{T_2T_3s^3+T_3s^2+s}. \qquad (1)$$

2. Подставляя $s=j\omega$ в найденное выражение, найдем действительную и мнимую части уравнения.

$$T_1(j\omega)=-\frac{T_2T_3(j\omega)^2+T_3(j\omega)+K+1}{T_2T_3(j\omega)^3+T_3(j\omega)^2+(j\omega)}=A(\omega)+jB(\omega), \qquad (2)$$

где

$$A(\omega)=\frac{K\cdot T_3\cdot\omega^2}{T_2{}^2T_3{}^2\omega^6-2T_2T_3\omega^4+T_3{}^2\omega^4+\omega^2}=\frac{K\cdot T_3}{T_2{}^2T_3{}^2\omega^4-2T_2T_3\omega^2+T_3{}^2\omega^2+1}=$$
$$=\frac{K\cdot T_3}{(1-T_2T_3\omega^2)^2+T_3{}^2\omega^2}=\frac{15}{0.01\omega^4+0.8\omega^2+1}. \qquad (3)$$

$$B(\omega)=\frac{T_2{}^2T_3{}^2\omega^5-KT_2T_3\omega^3+\omega-2T_2T_3\omega^3+K\omega+T_3{}^2\omega^3}{T_2{}^2T_3{}^2\omega^6-2T_2T_3\omega^4+T_3{}^2\omega^4+\omega^2}=$$
$$=\frac{\left(T_2{}^2T_3{}^2\omega^4-2T_2T_3\omega^2+1\right)+T_3{}^2\omega^2+K\left(1-T_2T_3\omega^2\right)}{\omega\left(\left(1-T_2T_3\omega^2\right)^2+T_3{}^2\omega^2\right)}= \tag{4}$$
$$=\frac{1}{\omega}+\frac{K\left(1-T_2T_3\omega^2\right)}{\omega\left(\left(1-T_2T_3\omega^2\right)^2+T_3{}^2\omega^2\right)}=\frac{0.01\omega^4-0.7\omega^2+16}{0.01\omega^5+0.8\omega^3+\omega}.$$

3. Задаваясь значениями ω от ω= -∞ до +∞, построим кривую D-разбиения по параметру T_1 (рис.1).

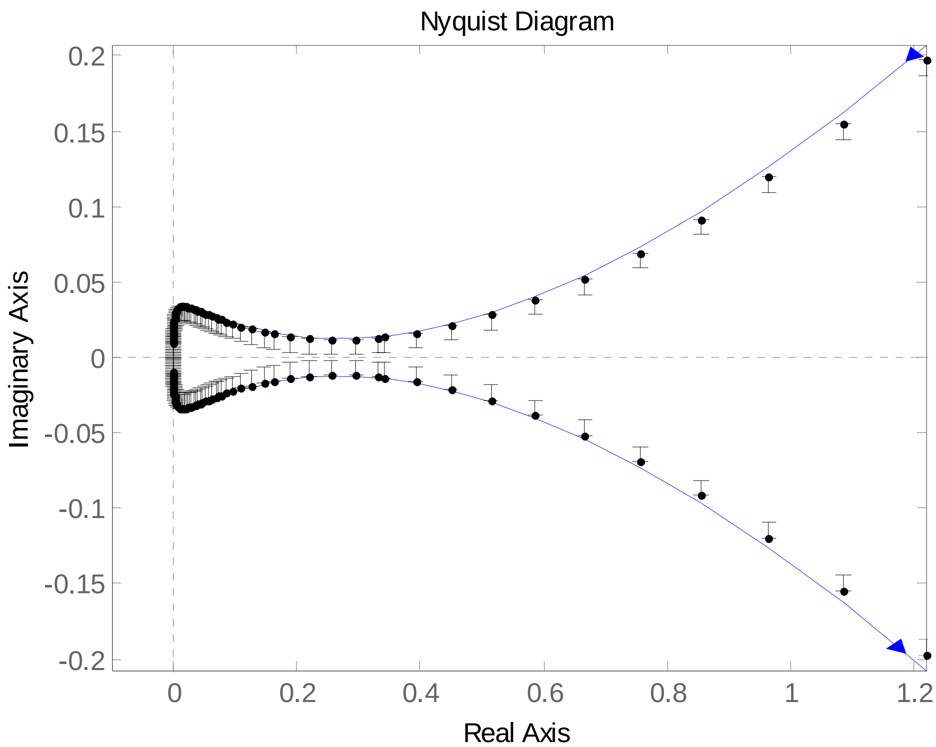

Рисунок 1 - кривая D-разбиения по параметру T_1

В соответствии с правилами штриховки будем штриховать кривую D-разбиения слева, если идти по этой кривой в направлении от ω = –∞ до ω = +∞. Из рис. 1 видно, что областью устойчивости может быть область внутри кривой D-разбиения.

4. Исследуем устойчивость системы, используя критерий Гурвица для одного из значений заданного параметра T_1, соответствующего области, в которых система может быть устойчива.

Характеристическое уравнение системы имеет вид

$$D(s)=0.1T_1s^3+(T_1+0.1)s^2+(T_1+1)s+16. \tag{5}$$

4.1 Коэффициенты характеристического полинома (5) при T_1=1:

16 2 1.1 0.1,

главный определитель Гурвица

2	0.1	0
16	1.1	0
0	2	0.1,

определители Гурвица: (2 0.6 0.06) – система устойчива.

Годограф Михайлова (рис. 2) подтверждает, что система устойчива.

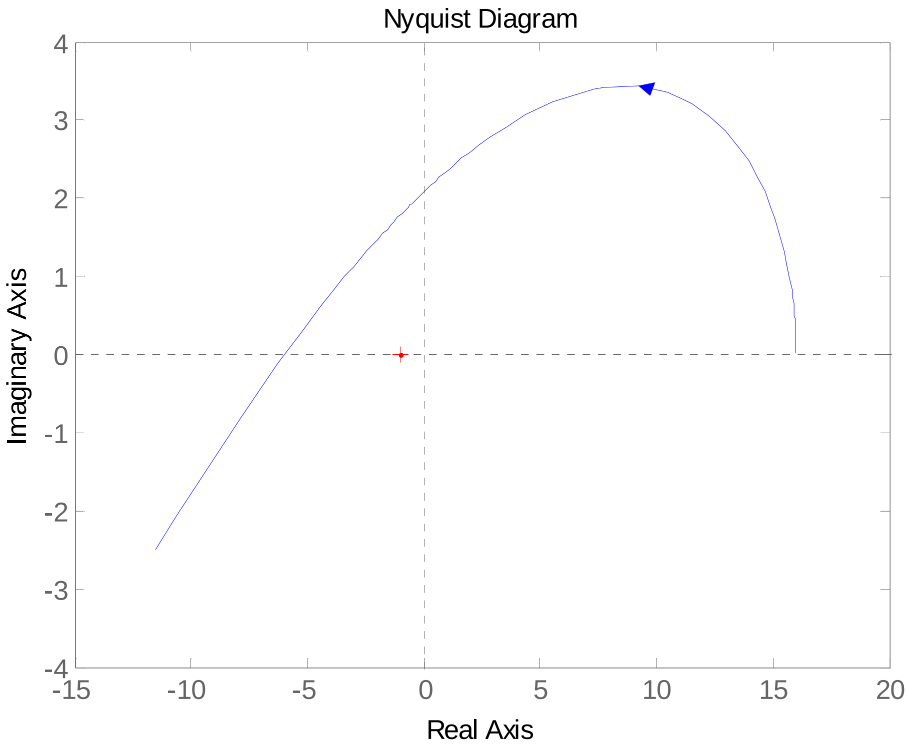

Рисунок 2 – годограф Михайлова при T_1=1

4. 2 Коэффициенты характеристического полинома (5) при T_1=0

16 1 0.1

главный определитель Гурвица

1	0
16	0.1

определители Гурвица (1 0.1) – система устойчива.

Годограф Михайлова (рис. 3) подтверждает, что система устойчива.

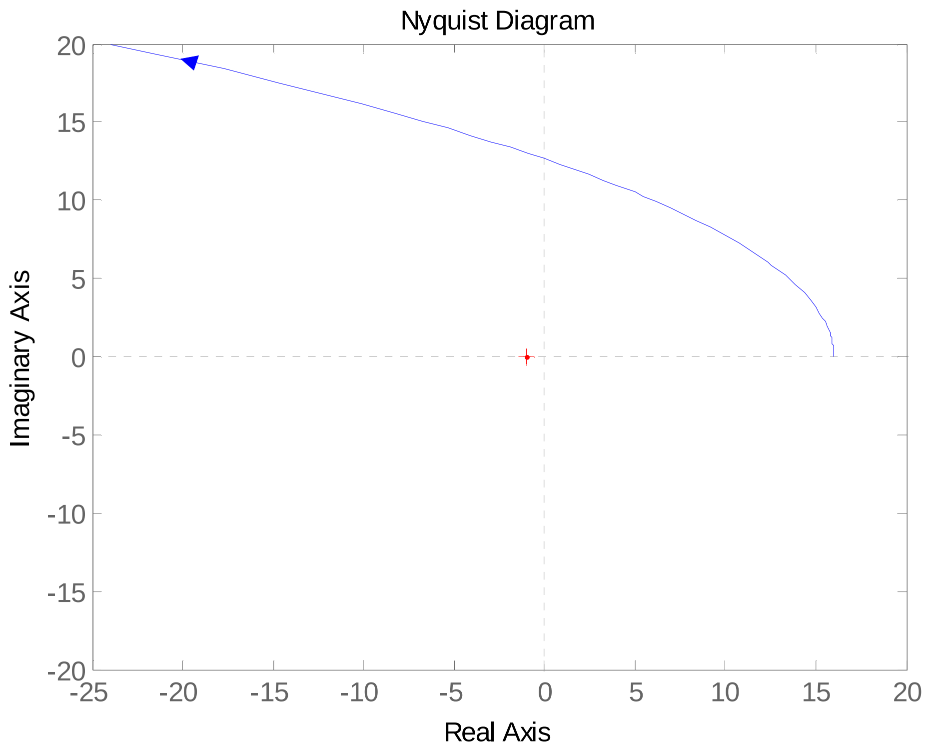

Рисунок 3 – годограф Михайлова при T_1=0

Для рассматриваемого случая система устойчива при T_1=0 (система описывается уравнением второго порядка с положительными коэффициентами) и при T_1>0, поэтому область внутри кривой D-разбиения является областью устойчивости.

Таким образом, **система устойчива при значениях** $T_1 \geq 0$.

Скрипт MATLAB

```
% Дано: характеристическое уравнение системы.
% Задание: определить область устойчивости по заданному
параметру.
%
% Варианты заданий
%  (T1s+1)[(T2s+1)T3s+1] +K=0
%  T2=0.1c;  T3=1.0c;  K=15; по параметру T1
clear, clc
t2=0.1
t3=1
k=15
syms T1 T2 T3 K s w real

% 1. Решить исследуемое уравнение относительно заданного
параметра.
D=(T1*s+1)*((T2*s+1)*T3*s+1)+K
```

```
f=solve(D,T1)
fc=collect(f)
format SHORTG
fs=subs(fc, {K, T2, T3},{k, t2, t3})

%2. Подставляя  s = j? в найденное выражение найти действительную и
%     мнимую части уравнения.
fjw=subs(fs,s,1i*w)
display('действительная часть')
Aw=simplify(real(fjw))
display('мнимая часть')
Bw=simplify(imag(fjw))


% 3. Построить кривую D-разбиения по заданному параметру.
tfs=tf(-[1/10,1,16],[1/10,1,1,0])
figure(1)
nyquistplot(tfs,{3.5,100},'b'), hold on
[An,Bn]=nyquist(tfs,{3.5,100});
i=1:length(An);
an(i)=An(1,1,i);
bn(i)=Bn(1,1,i);
% stem(an,bn,'k ','MarkerSize',0)
% stem(an,-bn,'k ','MarkerSize',0)
%plot(an,bn,an,-bn)
e=an.^0/100;
errorbar(an,-bn*0.95,e*0,e,'k .')
errorbar(an,bn*0.95,e,e*0,'k .'),hold off
axis([-0.1 max(An) -max(Bn) max(Bn) ])

% 4.1 Исследовать устойчивость системы, используя критерий
% Михайлова для одного из значений заданного параметра,
% соответствующего областям в которых система может быть устойчива.
kfm1=flip(double(subs(coeffs(D,s),{K, T2, T3, T1},{k, t2, t3, 1})))
Dtf1=tf(kfm1,1)
figure(2)
nyquist(Dtf1,{0.01,5})

kfm2=flip(double(subs(coeffs(D,s),{K, T2, T3, T1},{k, t2, t3, 0})))
Dtf2=tf(kfm2,1)
figure(3)
nyquist(Dtf2,{0.01,20})

% 4.2 Исследовать устойчивость системы, используя критерий Гурвица
```

```
% для одного из значений заданного параметра,
% соответствующего областям в которых система может быть
устойчива.
t1=1;
a=double(coeffs(subs(D, {K, T2, T3, T1},{k, t2, t3, t1})));
display(a,'коэффициенты характеристического полинома')
display(t1,'значение T1')
N=length(a);
i=1:N-1;
dn=diag(i);
for j=1:N-1
    for i=1:N-1
        dnn(i,j)=dn(j,j)-i+j;
        kk=dnn(i,j);
        if and(kk>=0,kk<=N-1)
            Dn(i,j)=a(kk+1);
           else Dn(i,j)=0;
        end
    end
end
format SHORTG
display(Dn,'главный определитель Гурвица')
for i=1:N-1
    M(i)=det(Dn(1:i,1:i));
end
format SHORTG
display(M,'определители Гурвица')
display(sign(M(:)),'знак определителей Гурвица')
if a(1)>0
    stab=min(sign(M(:)));
    if stab==-1
        display('система не устойчива')
    end
    if stab==1
        display('система устойчива')
    end
end
if a(1)<0
    stab=max(sign(M(:)));
    if stab==1
        display('система не устойчива')
    end
    if stab==-1
        display('система устойчива')
    end
end
%5. Найти значения заданного параметра, при которых система
устойчива.
display('система устойчива при T1>=0')
```