

## Прикладная математика

### Пример решения задачи о законе движения судна

**Задача.** У моторного судна при скорости 10 км/ч отключается мотор. Отрицательное ускорение, сообщаемое лодке сопротивлением воды, пропорционально скорости. Найти закон движения лодки.

#### Решение

Пусть  $v(t)$  - скорость лодки,  $a(t)$  - ускорение. Из условия задачи известно, что  $v(t) = v_0 - ka(t) = 10 - ka(t)$ . Также известно, что  $a(t) = v'(t)$ , тогда получаем дифференциальное уравнение

$$v = 10 - kv' \text{ или } kv' + v = 10$$

Решим сначала однородное уравнение  $kv' + v = 0$

$$kv' + v = 0$$

$$k \frac{dv}{dt} = -v$$

$$\frac{dv}{v} = -\frac{dt}{k}$$

$$\int \frac{dv}{v} = -\int \frac{dt}{k}$$

$$\ln v = -\frac{t}{k} + \ln C$$

$$v = Ce^{-\frac{t}{k}}$$

Пусть  $C = C(t)$ , тогда  $C'(t)e^{-\frac{t}{k}} = 10 \Rightarrow C'(t) = 10e^{\frac{t}{k}} \Rightarrow C(t) = 10ke^{\frac{t}{k}} + C$

Значит,  $v = \left(10ke^{\frac{t}{k}} + C\right)e^{-\frac{t}{k}} = 10k + Ce^{-\frac{t}{k}}$

**Ответ:**  $v = 10k + Ce^{-\frac{t}{k}}$