Тема: Числовые и функциональные ряды

Задание. *Исследовать сходимость числового ряда* $\sum_{n=1}^{\infty} u_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{\sqrt{n2^n}}$.

Решение:

Запишем ряд в следующем виде: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{\sqrt{n2^n}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{2^{n/2}\sqrt{n}}$. Используем признак Даламбера.

Получаем:

$$D = \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \left(\frac{2(n+1)+1}{2^{(n+1)/2}\sqrt{n+1}} : \frac{2n+1}{2^{n/2}\sqrt{n}} \right) = \lim_{n\to\infty} \frac{(2(n+1)+1)2^{n/2}\sqrt{n}}{(2n+1)2^{(n+1)/2}\sqrt{n+1}} =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{(2n+3)\sqrt{n}}{(2n+1)2^{1/2}\sqrt{n+1}} = \left(\frac{\infty}{\infty} \right) = \lim_{n\to\infty} \left(\frac{2n+3}{2n+1} \right) \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{n}{n+1}} =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \left(\frac{2+3/n}{2+1/n} \right) \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{1+1/n}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Так как предел $D = \frac{1}{\sqrt{2}} < 1$, ряд сходится.