

### Пример: криволинейный интеграл для вычисления массы кривой

ЗАДАНИЕ.

Вычислить массу кривой  $y = \frac{x^2}{2}$ , где  $x \in [\sqrt{3}; 2\sqrt{2}]$ , если линейная плотность задана функцией  $f(x, y) = \frac{6y}{x}$ .

РЕШЕНИЕ.

Массу кривой найдем по формуле:

$$M = \int_L \gamma dL = \int_a^b f(x; y(x)) \sqrt{1 + y'^2} dx$$

То есть  $y = \frac{x^2}{2}$ ,  $f(x, y) = \frac{6 \frac{x^2}{2}}{x} = 3x$ ,  $y' = x$ ,  $dL = \sqrt{1 + y'^2} dx = \sqrt{1 + x^2} dx$ ,  $x \in [\sqrt{3}; 2\sqrt{2}]$ .

Получаем:

$$\begin{aligned} M &= \int_L \gamma dL = \int_{\sqrt{3}}^{2\sqrt{2}} 3x \sqrt{1 + x^2} dx = \frac{3}{2} \int_{\sqrt{3}}^{2\sqrt{2}} \sqrt{1 + x^2} d(1 + x^2) = \frac{3}{2} \frac{2}{3} (1 + x^2)^{3/2} \Big|_{\sqrt{3}}^{2\sqrt{2}} = \\ &= (1 + 8)^{3/2} - (1 + 3)^{3/2} = 3^3 - 2^3 = 27 - 8 = 19. \end{aligned}$$

ОТВЕТ: 19