Методы оптимизации
Нахождение условного экстремума функции двух переменных

ЗАДАНИЕ. Найти условные экстремумы функции

$z = xy^2 \quad при \quad x + 2y = 1$

РЕШЕНИЕ.

Составляем функцию Лагранжа данной задачи:

$$L = xy^2 + \lambda(x + 2y - 1)$$

Находим частные производные, приравниваем к нулю.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial x} = y^2 + \lambda \\ \dfrac{\partial L}{\partial y} = 2xy + 2\lambda \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda} = x + 2y - 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} y^2 + \lambda = 0 \\ 2xy + 2\lambda = 0 \\ x + 2y - 1 = 0 \end{cases}$$

Решаем полученную систему

$$-\lambda = y^2; \ -\lambda = xy$$

$$y^2 = xy$$

$$y = x$$

$$x + 2x - 1 = 0$$

$$x = \frac{1}{3}$$

$$y = \frac{1}{3}$$

$$z\left(\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3} * \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{27}$$

$$\underset{x+2y=1}{extr}\ z = z\left(\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{27}$$

ОТВЕТ: $extr\ z = \dfrac{1}{27}$.