

Проверка гипотезы о равенстве средних значений

ЗАДАНИЕ. Ожидается, что добавление специальных веществ уменьшит жесткость воды. По оценке жесткости воды до и после добавления специальных веществ по 40-ка и 50-ти пробам соответственно получим средние значения жесткости (в стандартных единицах), равные 4,0 и 0,8. Дисперсия измерений в обоих случаях предполагается равно 0,25. Подтверждают ли эти результаты ожидаемый эффект? Принять $\alpha = 0,05$. Контролируемая величина имеет нормальное распределение.

РЕШЕНИЕ.

Введем нулевую гипотезу $H_0 : M(X) = M(Y)$, где X, Y - жесткость воды до и после добавления реагента. Альтернативная гипотеза $H_1 : M(X) \neq M(Y)$.

Вычислим наблюдаемое значение критерия:

$$Z_{набл} = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{D(X)}{n} + \frac{D(Y)}{m}}} = \frac{4,0 - 0,8}{\sqrt{\frac{0,25}{40} + \frac{0,25}{50}}} \approx 30,17.$$

По таблице функции Лапласа найдем критическую точку из условия

$$\Phi(z_{кр}) = \frac{1 - \alpha}{2} = \frac{1 - 0,05}{2} = 0,475, \text{ откуда } z_{кр} = 1,96.$$

Так как $|Z_{набл}| = 30,17 > 1,96 = z_{кр}$, то нулевую гипотезу $H_0 : M(X) = M(Y)$ следует отвергнуть.

Влияние реагента существенно, результаты подтверждают ожидаемый эффект

ОТВЕТ: Влияние реагента существенно, результаты подтверждают ожидаемый эффект