

Проверка гипотезы о равенстве дисперсий

ЗАДАНИЕ.

При уровне значимости $\alpha = 0,1$ проверить гипотезу о равенстве дисперсий двух нормально распределенных случайных величин X и Y на основе выборочных данных (табл. 4) при альтернативной гипотезе $H_1 : \sigma_x^2 \neq \sigma_y^2$.

X		Y	
x_i	n_i	y_i	m_i
51	6	15	7
53	5	18	5
55	4	20	4
56	3	23	3
59	2	27	6

РЕШЕНИЕ.

Вычислим по данным выборки исправленные выборочные дисперсии S_x^2, S_y^2 .

x_i	n_i	$x_i n_i$	$(x_i - \bar{x})^2 n_i$
51	6	306	48,735
53	5	265	3,613
55	4	220	5,290
56	3	168	13,868
59	2	118	53,045

Сумма	20	1077	124,550
-------	----	------	---------

$$\text{Выборочная средняя } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i n_i = \frac{1}{20} 1077 = 53,85.$$

$$\text{Выборочная дисперсия } \bar{D}_x = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2 n_i = \frac{1}{20} 124,55 = 6,2275$$

$$\text{Исправленная (несмещенная) выборочная дисперсия } S_x^2 = \frac{n}{n-1} \bar{D}_x = \frac{20}{19} 6,2275 = 6,555$$

y_i	m_i	$y_i m_i$	$(y_i - \bar{y})^2 m_i$
15	7	105	192,203
18	5	90	25,088
20	4	80	0,230
23	3	69	22,853
27	6	162	274,186

Сумма	25	506	514,560
-------	----	-----	---------

Выборочная средняя $\bar{y} = \frac{1}{m} \sum y_i m_i = \frac{1}{25} 506 = 20,24$.

Выборочная дисперсия $\bar{D}_y = \frac{1}{m} \sum (y_i - \bar{y})^2 m_i = \frac{1}{25} 514,56 = 20,5824$

Исправленная (несмещенная) выборочная дисперсия $S_y^2 = \frac{m}{m-1} \bar{D}_y = \frac{25}{24} 20,5824 = 21,44$

Вычислим наблюдаемое значение критерия $F_{набл} = \frac{S_y^2}{S_x^2} = \frac{21,44}{6,555} = 3,271$

Найдем критическую точку при уровне значимости $\alpha/2 = 0,05$ и числам степеней свободы $k_1 = m - 1 = 4$, $k_2 = n - 1 = 4$, $F_{\alpha/2} = 6,39$.

Так как $F_{набл} = 3,271 < 6,39 = F_{кр}$, нет оснований отвергнуть нулевую гипотезу.

ОТВЕТ: нет оснований отвергнуть нулевую гипотезу.