

Решение задачи на ранговую корреляцию, коэффициент Спирмена

ЗАДАНИЕ. С помощью коэффициента ранговой корреляции установить зависимость между стажем практической работы и временем решения контрольной задачи у 10 программистов на основе следующих данных:

Номера испытуемых	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Стаж (в мес.)	32	15	16	18	20	28	21	29	23	17
Время решения (в мин.)	12	24	23	21	20	9	11	10	15	16

РЕШЕНИЕ.

Присвоим ранги x_i оценкам стажа. Располагаем в возрастающем порядке первые оценки, сохраняя связь между оценками:

x_i	15	16	17	18	20	21	23	28	29	32
y_i	24	23	16	21	20	11	15	9	10	12

Их ранги равны порядковым номерам:

оценка	15	16	17	18	20	21	23	28	29	32
ранг										
x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Найдем ранги y_i . Присвоим ранги y_i оценкам времени решения, для чего сначала расположим эти оценки в возрастающем порядке и пронумеруем их:

9	10	11	12	15	16	20	21	23	24
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

1) y_1 . Индекс $i = 1$ указывает, что рассматривается оценка программиста, который занимает по оценке стажа первое место (оценка 15). Видно, что соответствующее время решения задачи 24 получило ранг 10, ранг равен $y_1 = 10$.

2) y_2 . Индекс $i = 2$ указывает, что рассматривается оценка программиста, который занимает по оценке стажа второе место (оценка 16). Видно, что соответствующее время решения задачи 23 получило ранг 9, ранг равен $y_2 = 9$.

Аналогично вычисляем дальше и получим:

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_i	10	9	6	8	7	3	5	1	2	4

Заполняем расчетную таблицу:

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Сумма
y_i	10	9	6	8	7	3	5	1	2	4	
$d_i = x_i - y_i$	-9	-7	-3	-4	-2	3	2	7	7	6	306
d_i^2	81	49	9	16	4	9	4	49	49	36	

Находим коэффициент ранговой корреляции Спирмена:

$$\rho_B = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n^3 - n} = 1 - \frac{6 \cdot 306}{10^3 - 10} \approx -0,855.$$

Коэффициент достаточно большой по абсолютной величине, связь между стажем работы и временем решения задачи сильная (и обратная по направлению).

Проверим значимость коэффициента. Вычислим значение критерия:

$$t_s = \frac{\rho}{\sqrt{1 - \rho^2}} \sqrt{n - 2} = \frac{-0,855 \sqrt{8}}{\sqrt{1 - (-0,855)^2}} \approx -4,663.$$

Так как $t_{кр} = t(10 - 2; 0,05) = 2,306 < 4,663 = |t_s|$, гипотезу $H_0: \rho = 0$ о незначимости коэффициента следует отвергнуть. Связь значима.

ОТВЕТ: -0,855, связь значима.