

### Пример решения задачи

#### Коэффициент корреляции для двумерной случайной величины

**Задача.**  $X, Y$  - индикаторы событий  $A, B$ , означающий положительные ответы соответственно на вопросы  $\alpha, \beta$  социологической анкеты. По данным социологического опроса двумерная случайная величина  $(X, Y)$  имеет следующую таблицу распределения.

$X \setminus Y$	0	1
0	$p_{11}$	$p_{12}$
1	$p_{21}$	$p_{22}$

Положительному ответу присвоен ранг 1, отрицательному – 0.

$$p_{11} = 0,8, p_{12} = 0,05, p_{21} = 0,1, p_{22} = 0,05.$$

Найти коэффициент корреляции  $\rho_{XY}$ .

#### Решение.

Получили таблицу распределения:

$X \setminus Y$	0	1
0	0,8	0,05
1	0,1	0,05

Найдем индивидуальные законы распределения  $X$  и  $Y$ , складывая вероятности по столбцам и строкам, получаем:

$x_i$	0	1	<b>Сумма</b>
$p_i$	0,85	0,15	<b>1</b>

$y_i$	0	1	<b>Сумма</b>
$p_i$	0,9	0,1	<b>1</b>

Найдем математические ожидания, дисперсии и средние квадратические отклонения случайных величин  $X$  и  $Y$ .

$$M(X) = \sum x_i \cdot p_i = 0,15$$

$$D(X) = \sum x_i^2 \cdot p_i - (M(X))^2 = 0,15 - 0,15^2 = 0,1275.$$

$$M(Y) = \sum y_i \cdot p_i = 0,1$$

$$D(Y) = \sum y_i^2 \cdot p_i - (M(Y))^2 = 0,1 - 0,1^2 = 0,09$$

Вычислим  $M(XY) = \sum x_i y_j p_{ij} = 0,05$ .

Тогда корреляционный момент  $\mu_{XY} = M(XY) - M(X)M(Y) = 0,05 - 0,15 \cdot 0,1 = 0,035$

Коэффициент корреляции:  $\rho_{XY} = \frac{\mu_{XY}}{\sqrt{D(X)D(Y)}} = \frac{0,035}{\sqrt{0,1275 \cdot 0,09}} \approx 0,327$ .