

## Биномиальный закон распределение случайной величины

### Пример решения задачи

**Задание.** Опыт состоит из трех независимых подбрасываний одновременно трех монет, каждая из которых с одинаковой вероятностью падает гербом или цифрой вверх.

Построить ряд распределения, найти функцию распределения, математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение числа одновременного выпадения двух гербов. Найти вероятность того, что два герба одновременно выпадут хотя бы один раз.

**Решение.** Сначала найдем вероятность  $p$  того, что при подбрасывании трех монет появится ровно 2 герба, при условии что герб выпадает с вероятностью 0,5 и броски независимы, по формуле Бернулли:

$$p = P_3(2) = C_3^2 \cdot 0,5^2 \cdot 0,5^{3-2} = 3 \cdot 0,5^3 = 0,375.$$

Пусть  $X$  - дискретная случайная величина, равная числу одновременного выпадения двух гербов при трех бросках трех монет.  $X$  может принимать значения 0, 1, 2 и 3.  $X$  распределена по биномиальному закону с параметрами  $n = 3$ ,  $p = 0,375$ , поэтому вероятности будем находить по формуле Бернулли:  $P(X = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$ . Найдем соответствующие вероятности.

$$P(X = 0) = C_3^0 \cdot 0,375^0 \cdot 0,625^3 = 0,2441.$$

$$P(X = 1) = C_3^1 \cdot 0,375^1 \cdot 0,625^2 = 0,4395.$$

$$P(X = 2) = C_3^2 \cdot 0,375^2 \cdot 0,625^1 = 0,2637.$$

$$P(X = 3) = C_3^3 \cdot 0,375^3 \cdot 0,625^0 = 0,0527.$$

Ряд распределения случайной величины  $X$  имеет вид:

$x_i$	0	1	2	3
$P_i$	0,2441	0,4395	0,2637	0,0527

Найдем функцию распределения  $F(x) = P(X < x)$ , то есть

при  $x \leq 0$ ,  $F(x) = 0$ ,

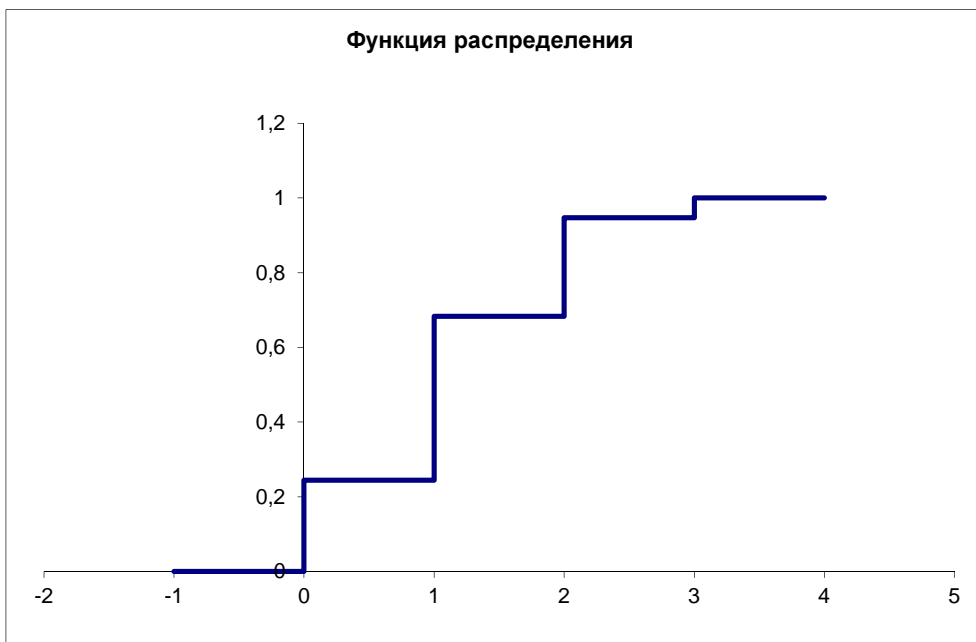
при  $0 < x \leq 1$ ,  $F(x) = 0 + 0,2441 = 0,2441$ ,

при  $1 < x \leq 2$ ,  $F(x) = 0,2441 + 0,4395 = 0,6836$ ,

при  $2 < x \leq 3$ ,  $F(x) = 0,6836 + 0,2637 = 0,9473$ ,

при  $x > 3$ ,  $F(x) = 0,9473 + 0,0527 = 1$ .

Построим график:



Найдем характеристики случайной величины  $X$ . Используем известные формулы для биномиального распределения.

Математическое ожидание

$$MX = np = 3 \cdot 0,375 = 1,125$$

Дисперсия

$$DX = np(1-p) = 3 \cdot 0,375 \cdot 0,625 \approx 0,703.$$

Среднее квадратичное отклонение

$$\sigma(X) = \sqrt{DX} = \sqrt{0,703} \approx 0,839.$$

Найдем вероятность того, что два герба одновременно выпадут хотя бы один раз:

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0,2441 = 0,7559.$$