

Решение задачи: непрерывная случайная величина, закон Парето.

Задание. Случайная величина X имеет распределение Парето с плотностью вероятности

$$f(x) = \frac{4}{23} \left(\frac{23}{x} \right)^5 \text{ при } 23 \leq x \text{ и } f(x) = 0 \text{ при } x < 23.$$

Найдите $M(X)$ и $P(23 < X < 27)$.

Решение.

$$\begin{aligned} M(X) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x)x dx = \int_{23}^{\infty} \frac{4}{23} \left(\frac{23}{x} \right)^5 x dx = 4 \cdot 23^4 \int_{23}^{\infty} \frac{1}{x^4} dx = \\ &= 4 \cdot 23^4 \left. \frac{x^{-3}}{-3} \right|_{23}^{\infty} = -\frac{4 \cdot 23^4}{3} \left(\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^4} - \frac{1}{23^3} \right) = \frac{92}{3}. \end{aligned}$$

Найдем вероятность:

$$\begin{aligned} P(23 < X < 27) &= \int_{23}^{27} f(x) dx = \int_{23}^{27} \frac{4}{23} \left(\frac{23}{x} \right)^5 dx = 4 \cdot 23^4 \left. \frac{x^{-4}}{-4} \right|_{23}^{27} = \\ &= -23^4 \left(\frac{1}{27^4} - \frac{1}{23^4} \right) = \frac{251600}{531441} \approx 0,473. \end{aligned}$$

Ответ: $92/3$; $0,473$.