Нормальный закон распределения: решение задач

Задание. Коробки с шоколадом упаковываются автоматически. Их средняя масса равна 1,06 кг. Известно, что 5% коробок имеют массу, меньшую 1 кг. Каков процент коробок, масса которых превышает 940 г?

Решение. Пусть X - нормально распределенная случайная величина, равная массе коробки с конфетами, параметры $a=1,06$ (математическое ожидание), σ (среднее квадратичное отклонение).

Используем формулу для нахождения вероятности попадания нормальной случайной величины в интервал:

$P(\alpha < X < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - a}{\sigma}\right)$, где $\Phi(x)$ - функция Лапласа (значения берутся из таблицы).

Используем условие: 5% коробок имеют массу, меньшую 1 кг, то есть:

$$P(-\infty < X < 1) = \Phi\left(\frac{1-1,06}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{-\infty-1,06}{\sigma}\right) = 0,05,$$

$$\Phi\left(\frac{-0,06}{\sigma}\right) - \Phi(-\infty) = 0,05$$

$$-\Phi\left(\frac{0,06}{\sigma}\right) + 0,5 = 0,05,$$

$$\Phi\left(\frac{0,06}{\sigma}\right) = 0,45,$$

$$\frac{0,06}{\sigma} = 1,645,$$

$$\sigma \approx 0,0365.$$

Теперь вычислим, каков процент коробок, масса которых превышает 940 г.

$$P(0,94 < X < \infty) = \Phi\left(\frac{\infty - 1,06}{0,0365}\right) - \Phi\left(\frac{0,94-1,06}{0,0365}\right) = \Phi(\infty) - \Phi\left(-\frac{0,12}{0,0365}\right) =$$

$$= \Phi(\infty) + \Phi(3,29) = 0,5 + 0,4995 = 0,9995.$$

Более 99,95% коробок.

Ответ: Более 99,95% коробок.