Задача скачана с сайта www.MatBuro.ru
Примеры решений по теории вероятностей
©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике

Примеры решений на равномерный закон распределения

Задача. Автобусы идут с интервалом 5 минут. Полагая, что случайная величина ξ - время ожидания автобуса на остановке - распределена равномерно на указанном интервале, найти среднее время ожидания и среднеквадратическое уклонение времени ожидания.

Решение. Пусть случайная величина ξ распределена равномерно на интервале $[a,b]=[0,5]$. Плотность распределения этой случайной величины:

$$f(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ A, & 0\le x\le 5,\\ 0, & x>5.\end{cases}$$

Найдем параметр A из условия нормировки: $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx=\int_{0}^{5} Adx = Ax\Big|_0^5=5A=1$, откуда $A=1/5$, тогда

$$f(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ 1/5, & 0\le x\le 5,\\ 0, & x>5.\end{cases}$$

Среднее время ожидания на остановке – это математическое ожидание случайной величины ξ, то есть $M(\xi)=\int_{-\infty}^{\infty} f(x)xdx=\int_0^5 \frac{x}{5}dx=\frac{1}{10}x^2\Big|_0^5=\frac{25}{10}=\frac{5}{2}$, то есть 2,5 минуты.

Найдем дисперсию:

$$D(\xi)=\int_{-\infty}^{\infty} f(x)x^2dx-(M(\xi))^2=\int_0^5\frac{x^2}{5}dx-\frac{25}{4}=\frac{1}{15}x^3\Big|_0^5-\frac{25}{4}=\frac{125}{15}-\frac{25}{4}=\frac{25}{12}$$

Тогда среднее квадратичное уклонение времени ожидания равно $\sigma=\sqrt{D(\xi)}=\sqrt{\frac{25}{12}}=\frac{5}{2\sqrt{3}}\approx 1,44$ минуты.