

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

[https://www.matburo.ru/sub\\_appear.php?p=dm](https://www.matburo.ru/sub_appear.php?p=dm)

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

### Контрольная работа с решением

#### «Алгебра логики высказываний»

**Задача 1.** Составьте таблицу истинности булевой функции, реализованную данной формулой. Составьте по таблице истинности СДНФ и СКНФ.

$$\left( \left( (x \downarrow y) \leftrightarrow \bar{z} \right) \vee \overline{xy} \right) \oplus (x | y).$$

**Решение.**

Положим:  $f = \left( \left( (x \downarrow y) \leftrightarrow \bar{z} \right) \vee \overline{xy} \right) \oplus (x | y)$

Составляем таблицу:

$x$	$y$	$z$	$(x \downarrow y)$	$\bar{z}$	$(x \downarrow y) \leftrightarrow \bar{z}$	$xy$	$\overline{xy}$	$\left( (x \downarrow y) \leftrightarrow \bar{z} \right) \vee \overline{xy}$	$x   y$	$f$
0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0
0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0
0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0
0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0
1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0
1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0
1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1

Составим по таблице истинности СДНФ.

$$\text{СДНФ} = x \cdot y \cdot z$$

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

[https://www.matburo.ru/sub\\_appear.php?p=dm](https://www.matburo.ru/sub_appear.php?p=dm)

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

Составим по таблице истинности СКНФ.

$$\text{СКНФ} = (x \vee y \vee z)(x \vee y \vee \bar{z})(x \vee \bar{y} \vee z)(x \vee \bar{y} \vee \bar{z})(\bar{x} \vee y \vee z)(\bar{x} \vee y \vee \bar{z})(\bar{x} \vee \bar{y} \vee z)$$

**Задача 2.** Проверьте, будут ли эквивалентны формулы, применяя следующие способы:

А) составлением таблиц истинности;

Б) приведением формул к СДНФ или СКНФ с помощью эквивалентных преобразований.

$$x \wedge (y \leftrightarrow z) \text{ и } (x \wedge y) \leftrightarrow (x \wedge z).$$

**Решение.** Обозначим  $F_1 = x \wedge (y \leftrightarrow z)$ ,  $F_2 = (x \wedge y) \leftrightarrow (x \wedge z)$ .

А) Составим таблицы истинности для обеих формул.

$x$	$y$	$z$	$y \leftrightarrow z$	$F_1$
0	0	0	1	<b>0</b>
0	0	1	0	<b>0</b>
0	1	0	0	<b>0</b>
0	1	1	1	<b>0</b>
1	0	0	1	<b>1</b>
1	0	1	0	<b>0</b>
1	1	0	0	<b>0</b>
1	1	1	1	<b>1</b>

$x$	$y$	$z$	$x \wedge y$	$x \wedge z$	$F_2$
0	0	0	0	0	<b>1</b>

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

[https://www.matburo.ru/sub\\_appear.php?p=dm](https://www.matburo.ru/sub_appear.php?p=dm)

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	0	1
0	1	1	0	0	1
1	0	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1

Функции не эквивалентны.

б) Приведение формул к СДНФ или СКНФ с помощью эквивалентных преобразований.

Упрощаем  $F_1 = x \wedge (y \leftrightarrow z)$ .

$$F_1 = x \wedge (y \leftrightarrow z) = x(yz \vee \overline{yz}) = xyz \vee x\overline{yz}.$$

Получили СДНФ.

Теперь для второй формулы:  $F_2 = (x \wedge y) \leftrightarrow (x \wedge z)$

$$\begin{aligned} F_2 &= (x \wedge y) \leftrightarrow (x \wedge z) = (xy) \leftrightarrow (xz) = (xyz \vee \overline{xy} \overline{xz}) = (xyz \vee (\overline{x} \vee \overline{y})(\overline{x} \vee \overline{z})) = \\ &= xyz \vee (\overline{x}\overline{x} \vee \overline{y}\overline{x} \vee \overline{x}\overline{z} \vee \overline{y}\overline{z}) = xyz \vee (\overline{x} \vee \overline{y}\overline{x} \vee \overline{x}\overline{z} \vee \overline{y}\overline{z}) = xyz \vee \overline{x} \vee \overline{y}\overline{x} \vee \overline{x}\overline{z} \vee \overline{y}\overline{z} = \\ &= xyz \vee \overline{x}(y \vee \overline{y}) \vee \overline{y}\overline{x} \vee \overline{x}\overline{z} \vee \overline{y}\overline{z} = \\ &= xyz \vee \overline{x}y \vee \overline{x}\overline{y} \vee \overline{y}\overline{x} \vee \overline{x}\overline{z} \vee \overline{y}\overline{z} = xyz \vee \overline{x}y(z \vee \overline{z}) \vee \overline{x}\overline{y}(z \vee \overline{z}) \vee \overline{x}\overline{z}(y \vee \overline{y}) \vee \overline{y}\overline{z}(x \vee \overline{x}) = \\ &= xyz \vee \overline{x}yz \vee \overline{x}\overline{y}z \vee \overline{x}y\overline{z} \vee \overline{x}\overline{y}\overline{z} \vee \overline{x}yz \vee \overline{x}\overline{y}z \vee \overline{x}y\overline{z} \vee \overline{x}\overline{y}\overline{z} = \\ &= xyz \vee \overline{x}yz \vee \overline{x}\overline{y}z \vee \overline{x}y\overline{z} \vee \overline{x}\overline{y}\overline{z}. \end{aligned}$$

Получили СДНФ.

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

[https://www.matburo.ru/sub\\_appear.php?p=dm](https://www.matburo.ru/sub_appear.php?p=dm)

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

Видно, что функции не эквивалентны.

**Задача 3.** С помощью эквивалентных преобразований приведите формулу к ДНФ, КНФ, СДНФ, СКНФ. Постройте полином Жегалкина.

$$\overline{(x|y)} \oplus (z \rightarrow \bar{x}).$$

**Решение:**

Приведём эту формулу сначала к ДНФ:

$$\begin{aligned} F &= \overline{(x|y)} \oplus (z \rightarrow \bar{x}) = \overline{(x \cdot \bar{y})} \oplus (\bar{z} \vee \bar{x}) = (x \cdot \bar{y}) \leftrightarrow (\bar{z} \vee \bar{x}) = \\ &= (x \cdot \bar{y})(\bar{z} \vee \bar{x}) \vee \overline{(x \cdot \bar{y})(\bar{z} \vee \bar{x})} = (x \vee y)(\bar{z} \vee \bar{x}) \vee x \cdot \bar{y} \cdot x \cdot z = \\ &= (\bar{x}\bar{z} \vee y\bar{z} \vee \bar{x}x \vee yx) \vee x\bar{y}z = (\bar{x}\bar{z} \vee y\bar{z} \vee \bar{x} \vee yx) \vee x\bar{y}z = \\ &= \bar{x}\bar{z} \vee y\bar{z} \vee \bar{x} \vee yx \vee x\bar{y}z = y\bar{z} \vee \bar{x} \vee x\bar{y}z. \end{aligned}$$

Теперь приведём ее к СДНФ:

$$\begin{aligned} F &= y\bar{z} \vee \bar{x} \vee x\bar{y}z = (x \vee \bar{x})y\bar{z} \vee \bar{x}(y \vee \bar{y}) \vee x\bar{y}z = xy\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}y \vee \bar{x}\bar{y} \vee x\bar{y}z = \\ &= xy\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}y(z \vee \bar{z}) \vee \bar{x}y(\bar{z} \vee z) \vee x\bar{y}z = \\ &= xy\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}yz \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee x\bar{y}z = \\ &= xy\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}yz \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee x\bar{y}z. \end{aligned}$$

Построим КНФ из ДНФ:

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

[https://www.matburo.ru/sub\\_appear.php?p=dm](https://www.matburo.ru/sub_appear.php?p=dm)

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

$$\begin{aligned}
 F &= y\bar{z} \vee \bar{x} \vee x\bar{y}z = (y \vee \bar{x})(\bar{z} \vee \bar{x}) \vee x\bar{y}z = ((y \vee \bar{x}) \vee x\bar{y}z)((\bar{z} \vee \bar{x}) \vee x\bar{y}z) = \\
 &= (y \vee \bar{x} \vee x)(y \vee \bar{x} \vee \bar{y})(y \vee \bar{x} \vee z)(\bar{z} \vee \bar{x} \vee x)(\bar{z} \vee \bar{x} \vee \bar{y})(\bar{z} \vee \bar{x} \vee z) = \\
 &= (y \vee \bar{x} \vee z)(\bar{z} \vee \bar{x} \vee \bar{y}).
 \end{aligned}$$

Она же равна СКНФ  $F = (y \vee \bar{x} \vee z)(\bar{z} \vee \bar{x} \vee \bar{y})$ .

Построим полином Жегалкина. Составим таблицу истинности функции:

$x$	$y$	$z$	$\bar{y}$	$\bar{x}$	$x \bar{y}$	$z \rightarrow \bar{x}$	$(x \bar{y}) \oplus (z \rightarrow \bar{x})$	$F$
0	0	0	1	1	1	1	0	<b>1</b>
0	0	1	1	1	1	1	0	<b>1</b>
0	1	0	0	1	1	1	0	<b>1</b>
0	1	1	0	1	1	1	0	<b>1</b>
1	0	0	1	0	0	1	1	<b>0</b>
1	0	1	1	0	0	0	0	<b>1</b>
1	1	0	0	0	1	1	0	<b>1</b>
1	1	1	0	0	1	0	1	<b>0</b>

Найдем ее полином Жегалкина методом неопределенных коэффициентов. Пусть

$$F = a_0 \oplus a_1x \oplus a_2y \oplus a_3z \oplus a_4xy \oplus a_5yz \oplus a_6xz \oplus a_7xyz..$$

На наборе  $F(0,0,0) = a_0 = 1$ .

Контрольная работа выполнена на сайте [www.matburo.ru](http://www.matburo.ru)

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

[https://www.matburo.ru/sub\\_appear.php?p=dm](https://www.matburo.ru/sub_appear.php?p=dm)

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

На наборе  $F(0,0,1) = 1 \oplus a_3 = 1, a_3 = 0$ .

На наборе  $F(0,1,0) = 1 \oplus a_2 = 1, a_2 = 0$

На наборе  $F(0,1,1) = 1 \oplus a_5 = 1, a_5 = 0$

На наборе  $F(1,0,0) = 1 \oplus a_1 = 0, a_1 = 1$

На наборе  $F(1,0,1) = 1 \oplus 1 \oplus a_6 = 1, a_6 = 1$ .

На наборе  $F(1,1,0) = 1 \oplus 1 \oplus a_4 = 1, a_4 = 1$ .

На наборе  $F(1,1,1) = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus a_7 = 0, a_7 = 0$ .

Получили полином:  $F = 1 \oplus x \oplus xy \oplus xz$ .

**Задача 4.** Найдите сокращенную, все тупиковые и минимальные ДНФ булевой функции, следующими способами:

А) методом Квайна;

Б) с помощью карт Карно.

$$f(0,0,1) = f(0,1,1) = f(1,1,0) = f(1,1,1) = 1.$$

Выяснить, каким классам Поста принадлежит данная булева функция.

**Решение.** Составим таблицу истинности для функции  $f$ :

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$f$
-------	-------	-------	-----

Контрольная работа выполнена на сайте [www.matburo.ru](http://www.matburo.ru)

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

[https://www.matburo.ru/sub\\_appear.php?p=dm](https://www.matburo.ru/sub_appear.php?p=dm)

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

0	0	0	<b>0</b>
0	0	1	<b>1</b>
0	1	0	<b>0</b>
0	1	1	<b>1</b>
1	0	0	<b>0</b>
1	0	1	<b>0</b>
1	1	0	<b>1</b>
1	1	1	<b>1</b>

Выпишем множество единичных наборов  $N_f = \{001, 011, 110, 111\}$

**Способ 1.** Используем метод Квайна. Строим сокращенную ДНФ, используя набор единичных значений  $N_f = \{001, 011, 110, 111\}$ . Выделяем группы:

$$S_0 = \{\},$$

$$S_1 = \{001\},$$

$$S_2 = \{011, 110\},$$

$$S_3 = \{111\}.$$

Склеиваем конъюнкции в соседних группах.

Этап 1.

$$(001) + (011) \Rightarrow (0-1)$$

$$(011) + (111) \Rightarrow (-11)$$

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

[https://www.matburo.ru/sub\\_appear.php?p=dm](https://www.matburo.ru/sub_appear.php?p=dm)

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

$$(110) + (111) \Rightarrow (11-)$$

Дальнейшее склеивание невозможно.

Итак, получили  $D_{\text{сокр.}} = \overline{x_1 x_3} \vee x_2 x_3 \vee x_1 x_2$ .

Строим импликантную таблицу, в столбцах элементарные конъюнкции СДНФ, в строках – простые импликанты сокращенной ДНФ. Ставим в ячейке плюс, если простая импликанта покрывает элементарную конъюнкцию. Получаем:

	$\overline{x_1 x_2 x_3}$	$\overline{x_1 x_2} x_3$	$x_1 \overline{x_2} x_3$	$x_1 x_2 \overline{x_3}$
$\overline{x_1 x_3}^*$	+	+		
$x_2 x_3$		+		+
$x_1 x_2^*$			+	+

Тупиковые ДНФ:  $D_{\text{туп.}} = \overline{x_1 x_3} \vee x_1 x_2$ .

Выбираем столбцы, содержащие только по одному плюсу (это столбцы 1, 3), импликанты строк, соответствующих этим плюсам попадают в ядровую ДНФ, то есть  $D_{\text{ядр.}} = \overline{x_1 x_3} \vee x_1 x_2$  (пометили эти импликанты \*). Теперь вычеркиваем строки (отмечаем серой заливкой), соответствующие ядровым импликантам, а затем столбцы, содержащие отмеченные клетки в вычеркнутых строках (это 2 и 4 столбцы). Получаем:

	$\overline{x_1 x_2 x_3}$	$\overline{x_1 x_2} x_3$	$x_1 \overline{x_2} x_3$	$x_1 x_2 \overline{x_3}$



Контрольная работа выполнена на сайте [www.matburo.ru](http://www.matburo.ru)

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

[https://www.matburo.ru/sub\\_appear.php?p=dm](https://www.matburo.ru/sub_appear.php?p=dm)

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

$\overline{x_1}x_3^*$	+	+		
$x_2x_3$		+		+
$x_1x_2^*$			+	+

Получили, что импликанты ядровой ДНФ полностью покрывают все конъюнкции.

Искомая минимальная ДНФ имеет вид  $D_{мин.} = \overline{x_1}x_3 \vee x_1x_2$ .

**Способ 2.** Используем метод карт Карно. Составляем карту Карно для функции 3 переменных. В клетках ставим 1, если на данном наборе функция принимает значение 1 (данный набор присутствует в СДНФ), другие клетки оставляем пустыми. Получаем:

$$N_f = \{001, 011, 110, 111\}$$

$x_1x_2 \setminus x_3$	0	1
00		1
01		1
11	1	1
10		

Строим сокращенную ДНФ по карте Карно. Склеиваем все соседние пары единиц, а также прямоугольники максимальной величины, получаем:

$$D_{сокр.} = \overline{x_1}x_3 \vee x_1x_2 \vee x_2x_3$$

Графическое изображение склеиваний:

Контрольная работа выполнена на сайте [www.matburo.ru](http://www.matburo.ru)

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

[https://www.matburo.ru/sub\\_appear.php?p=dm](https://www.matburo.ru/sub_appear.php?p=dm)

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

$x_1x_2 \setminus x_3$	0	1
00		1
01		1
11	1	1
10		

$x_1x_2 \setminus x_3$	0	1
00		1
01		1
11	1	1
10		

$x_1x_2 \setminus x_3$	0	1
00		1
01		1
11	1	1
10		

Выбираем две импликаты, покрывающие все единицы карты Карно, эта ДНФ является тупиковой и минимальной,  $D_{мин.} = \overline{x_1}x_3 \vee x_1x_2$ .

Контрольная работа выполнена на сайте [www.matburo.ru](http://www.matburo.ru)

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

[https://www.matburo.ru/sub\\_appear.php?p=dm](https://www.matburo.ru/sub_appear.php?p=dm)

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

Используя таблицу истинности:

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$f$
0	0	0	<b>0</b>
0	0	1	<b>1</b>
0	1	0	<b>0</b>
0	1	1	<b>1</b>
1	0	0	<b>0</b>
1	0	1	<b>0</b>
1	1	0	<b>1</b>
1	1	1	<b>1</b>

определим, каким классам Поста принадлежит данная булева функция.

Функция сохраняет 0.

Функция сохраняет 1.

Функция несамодвойственна, поскольку не на всех противоположных наборах стоят противоположные значения, например  $f(1,0,1) = f(0,1,0) = 0$

Функция немонотонна, так как на сравнимых наборах:  $(0,0,1) < (1,0,1)$ , а  $1 = f(0,0,1) > f(1,0,1) = 0$ .

Проверим линейность, строя полином Жегалкина. Пусть

$$f = a_0 \oplus a_1x_1 \oplus a_2x_2 \oplus a_3x_3 \oplus a_4x_1x_2 \oplus a_5x_2x_3 \oplus a_6x_1x_3 \oplus a_7x_1x_2x_3 \dots$$

Контрольная работа выполнена на сайте [www.matburo.ru](http://www.matburo.ru)

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

[https://www.matburo.ru/sub\\_appear.php?p=dm](https://www.matburo.ru/sub_appear.php?p=dm)

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

На наборе  $f(0,0,0) = a_0 = 0$ .

На наборе  $f(0,0,1) = a_3 = 1$ .

На наборе  $f(0,1,0) = a_2 = 0$ .

На наборе  $f(0,1,1) = 1 \oplus a_5 = 1, a_5 = 0$

На наборе  $f(1,0,0) = a_1 = 0$

На наборе  $f(1,0,1) = 1 \oplus a_6 = 0, a_6 = 1$

Получили полином:  $f = x_3 \oplus a_4 x_1 x_2 \oplus x_1 x_3 \oplus a_7 x_1 x_2 x_3$ . Он содержит член с конъюнкцией нескольких переменных  $x_1 x_3$ , значит, функция нелинейна.

Получим таблицу:

	$T_0$	$T_1$	L	S	M
f	+	+	-	-	-

**Задача 5.** С помощью карт Карно найдите сокращенную, все тупиковые и минимальные ДНФ и КНФ булевой функции, заданной вектором значений.

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0101 0101 1110 0011).$$

**Решение.** Составим таблицу истинности для функции  $f$  :

Контрольная работа выполнена на сайте [www.matburo.ru](http://www.matburo.ru)

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

[https://www.matburo.ru/sub\\_appear.php?p=dm](https://www.matburo.ru/sub_appear.php?p=dm)

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$f$
0	0	0	0	0
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
0	0	1	0	0
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
0	1	0	0	0
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
0	1	1	0	0
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>

Выпишем  $N_f = \{0001, 0011, 0101, 0111, 1000, 1001, 1010, 1110, 1111\}$ .

Используем метод карт Карно. Составляем карту Карно для функции 4 переменных. В клетках ставим 1, если на данном наборе функция принимает значение 1 (данный набор присутствует в СДНФ), другие клетки оставляем пустыми. Получаем:

Контрольная работа выполнена на сайте [www.matburo.ru](http://www.matburo.ru)

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

[https://www.matburo.ru/sub\\_appear.php?p=dm](https://www.matburo.ru/sub_appear.php?p=dm)

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

$x_1x_2 \setminus x_3x_4$	00	01	11	10
00		1	1	
01		1	1	
11			1	1
10	1	1		1

Строим сокращенную ДНФ по карте Карно. Склеиваем все соседние пары единиц, а также прямоугольники максимальной величины.

1) Получаем  $\overline{x_1x_4}$

$x_1x_2 \setminus x_3x_4$	00	01	11	10
00		1	1	
01		1	1	
11			1	1
10	1	1		1

2) Получаем  $x_2x_3x_4$

$x_1x_2 \setminus x_3x_4$	00	01	11	10
00		1	1	
01		1	1	

Контрольная работа выполнена на сайте [www.matburo.ru](http://www.matburo.ru)

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

[https://www.matburo.ru/sub\\_appear.php?p=dm](https://www.matburo.ru/sub_appear.php?p=dm)

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

11			1	1
10	1	1		1

3) Получаем  $\overline{x_1 x_2 x_3}$

$x_1 x_2 \setminus x_3 x_4$	00	01	11	10
00		1	1	
01		1	1	
11			1	1
10	1	1		1

4) Получаем  $\overline{x_2 x_3 x_4}$

$x_1 x_2 \setminus x_3 x_4$	00	01	11	10
00		1	1	
01		1	1	
11			1	1
10	1	1		1

5) Получаем  $\overline{x_1 x_3 x_4}$

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

[https://www.matburo.ru/sub\\_appear.php?p=dm](https://www.matburo.ru/sub_appear.php?p=dm)

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

$x_1x_2 \setminus x_3x_4$	00	01	11	10
00		1	1	
01		1	1	
11			1	1
10	1	1		1

6) Получаем  $\overline{x_1x_2x_4}$

$x_1x_2 \setminus x_3x_4$	00	01	11	10
00		1	1	
01		1	1	
11			1	1
10	1	1		1

7) Получаем  $x_1x_2x_3$

$x_1x_2 \setminus x_3x_4$	00	01	11	10
00		1	1	
01		1	1	
11			1	1
10	1	1		1

Получили простые импликанты:  $\overline{x_1x_4}$ ,  $x_2x_3x_4$ ,  $x_1x_2x_3$ ,  $x_2x_3x_4$ ,  $x_1x_3x_4$ ,  $x_1x_2x_4$ ,  $x_1x_2x_3$ .



Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

[https://www.matburo.ru/sub\\_appear.php?p=dm](https://www.matburo.ru/sub_appear.php?p=dm)

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

Сокращенная ДНФ:

$$D_{\text{сокр.}} = \overline{x_1}x_4 \vee x_2x_3x_4 \vee \overline{x_1}x_2x_3 \vee \overline{x_2}x_3x_4 \vee \overline{x_1}x_3x_4 \vee \overline{x_1}x_2x_4 \vee x_1x_2x_3$$

Выбираем ядровые импликанты. Им соответствуют такие прямоугольники, после удаления которых получим незакрытую 1. Лишние импликанты убираем и приходим к тупиковым ДНФ:

1) 1, 2, 3 и 5 импликанты.  $D_{\text{туп.}} = \overline{x_1}x_4 \vee x_2x_3x_4 \vee \overline{x_1}x_3x_4 \vee x_1x_2x_3$

2) 1, 3, 5 и 7 импликанты.  $D_{\text{туп.}} = \overline{x_1}x_4 \vee \overline{x_1}x_2x_3 \vee \overline{x_1}x_3x_4 \vee x_1x_2x_3$

3) 1, 3, 6 и 7 импликанты.  $D_{\text{туп.}} = \overline{x_1}x_4 \vee \overline{x_1}x_2x_3 \vee \overline{x_1}x_2x_4 \vee x_1x_2x_3$

4) 1, 4, 6 и 7 импликанты.  $D_{\text{туп.}} = \overline{x_1}x_4 \vee \overline{x_2}x_3x_4 \vee \overline{x_1}x_2x_4 \vee x_1x_2x_3$

Все эти тупиковые ДНФ имеют одинаковое количество импликант одинаковой длины, потому являются минимальными.

**Задача 6.** Является ли полной данная система булевых функций? Образует ли базис данная систему булевых функций?

$$S = \{\overline{x} \leftrightarrow y, x | \overline{y}\}.$$

**Решение.** Будем использовать следующую теорему.

*Теорема Поста.* Для того чтобы некоторый набор функций  $K$  был полным, необходимо и достаточно, чтобы в него входили функции, не принадлежащие каждому из классов  $T_0, T_1, L, M, S$ .

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

[https://www.matburo.ru/sub\\_appear.php?p=dm](https://www.matburo.ru/sub_appear.php?p=dm)

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

Проверим, каким классам принадлежат (не принадлежат) заданные функции:

$$f_1 = \bar{x} \leftrightarrow y, f_2 = x | \bar{y}.$$

Составим таблицы истинности для каждой функции:

$x$	$y$	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$f_1$	$f_2$
0	0	1	1	<b>0</b>	<b>1</b>
0	1	1	0	<b>1</b>	<b>1</b>
1	0	0	1	<b>1</b>	<b>0</b>
1	1	0	0	<b>0</b>	<b>1</b>

Функции, сохраняющие 0:  $f_1$ .

Функции, сохраняющие 1:  $f_2$ .

Немонотонные функции:  $f_1, f_2$ . Пояснение:

$$(1,0) \prec (1,1), f_1(1,0) = 1 > 0 = f_1(1,1),$$

$$(0,0) \prec (1,0), f_2(0,0) = 1 > 0 = f_2(1,0)$$

Несамодвойственные функции:  $f_1, f_2$ . Пояснение:

$$f_1(0,0) = f_1(1,1) = 0, f_2(0,0) = f_2(1,1) = 1.$$

Контрольная работа выполнена на сайте [www.matburo.ru](http://www.matburo.ru)

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

[https://www.matburo.ru/sub\\_appear.php?p=dm](https://www.matburo.ru/sub_appear.php?p=dm)

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

Проверим линейность: функция  $f_2$  нелинейна, так как содержит 3 единицы (нечетное количество).

Получили таблицу Поста:

	$f_1$	$f_2$
$T_0$	+	-
$T_1$	-	+
$L$		-
$M$	-	-
$S$	-	-

Видно, что набор функций образует полную систему, и является базисом (так как убирая одну из функций получим недостаточную систему функций, чтобы удовлетворить теореме Поста).

Если убираем  $f_1$ , то отсутствует функция, не сохраняющая 1.

Если убираем  $f_2$ , то отсутствует функция, не сохраняющая 0.